

Examen de Mathématiques : contrôle semestre 2, session 2

L'utilisation ou la consultation de téléphone est formellement interdite, les calculatrices et les téléphones doivent être rangés et éteints. Les documents sont interdits. Seule une feuille A5 manuscrite au choix de l'étudiant est autorisée.

Barème indicatif : 7+5+8

Exercice 1 : Courbes et surfaces

Soient $\Sigma = \text{Im}A$ la surface paramétrée par A .

$$A(u, v) = (u \cos v; v + \sin u, u + v)$$

1. Montrer que 0 appartient à Σ .
2. Déterminer le plan tangent P à Σ en 0. Déterminer une équation de P .
3. On note Γ la courbe définie comme l'intersection de Σ et du plan d'équation $z = 0$, déterminer la tangente à Γ en 0.

Exercice 2 : Circulation d'un champ scalaire

Soit D le quart de disque délimité par le quart de cercle de centre O et de rayon 1 allant du point $A = (0, 1)$ au point $B = (-1, 0)$, dans le sens trigonométrique, suivi du segment $[B, O]$, puis du segment $[O, A]$. Déterminer la circulation du champ

$$A(x, y) = (xy; x^2 + y^2)$$

le long du bord de D .

$$I = \int_{\partial D^+} \vec{A} \cdot \vec{dl}$$

Exercice 3 : Équations différentielles

Résoudre l'équation différentielle ainsi que l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$(E_1): 4y''(x) - y(x) + 2x^2 = 0$$

$$(E_2): \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + 2\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) + f(x, y) = ye^{-2x}$$