

## Examen de Mathématiques : contrôle semestre 2, session 2

---

L'utilisation ou la consultation de téléphone est formellement interdite, les calculatrices et les téléphones doivent être rangés et éteints. Les documents sont interdits. Seule une feuille A5 manuscrite au choix de l'étudiant est autorisée.

Barème indicatif : 7+5+8

---

### Exercice 1 : Courbes et surfaces

Soient  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  deux surfaces d'équation respective  $x^2 + y^2 + z^2 = 18$  et  $x^2 - y^2 - z = 0$  et  $A$  le point  $(3; 2\sqrt{2}; 1)$ .

1. Montrer que  $A$  appartient à  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$ .
2. Déterminer une équation du plan tangent  $\Pi_1$  à  $\Sigma_1$  en  $A$ .
3. Déterminer  $\vec{n}$  un vecteur orthogonal à  $\Sigma_2$  en  $A$ .
4. Déterminer l'ensemble des points de l'espace ou les vecteurs orthogonaux à  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_1$  :  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont orthogonaux entre eux (ce sont les points ou les deux surfaces sont perpendiculaires entre elles).

### Exercice 2 : Intégrale double

Soit  $D$  le quart de disque délimité par le quart de cercle de centre  $O$  et de rayon 1 allant du point  $A = (0, 1)$  au point  $B = (-1, 0)$ , dans le sens trigonométrique, suivi du segment  $[B, O]$ , puis du segment  $[O, A]$ . Déterminer l'intégrale double suivante :  $\int \int_D xy dx dy$ .

### Exercice 3 : Équations différentielles

Résoudre les deux équations différentielles ainsi que l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$(E_1) : 2y'(x) - 3y(x) + 2x = 0$$

$$(E_2) : y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = e^{2x}$$

$$(E_3) : \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + 2\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) - 3f(x, y) = ye^{2x}$$