

Contrôle du Vendredi 20 décembre 2019

Téléphone, calculatrice et document interdit à l'exception d'une feuille A4 recto manuscrite au choix de l'étudiant. Barème indicatif : 6+3+5+6

Exercice 1 : Soit $\vec{u} = (2, 3)$, $\vec{v} = (3, -2)$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

et f l'application linéaire de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 de matrice M dans la base (\vec{u}, \vec{v}) .

1. La base (\vec{u}, \vec{v}) est-elle orthogonale ?
2. Soit $\vec{w} = (5, 1)$, quelles sont les coordonnées de \vec{w} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) , déterminer $f(\vec{w})$.
3. Représenter sur un dessin les vecteurs $\vec{u} = (2, 3)$, $\vec{v} = (3, -2)$, $\vec{w} = (5, 1)$, et $f(\vec{w})$.
4. Donner une interprétation géométrique à f .
5. Déterminer N la matrice de f dans la base canonique de \mathbb{R}^2 .

Exercice 2 : Pour quelle valeur de a la matrice M est-elle inversible ?

$$M = \begin{pmatrix} 2 & a & -1 \\ a-1 & 2 & -a \\ 4 & a & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 : Résoudre le système paramétrique suivant, on discutera suivant la valeur de m :

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 10 \\ mx - 2y + mz = 0 \\ -3x + 3y + 2z = 1 - 2m \end{cases}$$

Exercice 4 : Diagonaliser la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -4 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

vérifier que la base de vecteurs propres trouvée est orthogonale.
