

Examen de Mathématiques : contrôle 2

L'utilisation ou la consultation de téléphone est formellement interdite, les calculatrices et les téléphones doivent être rangés et éteints. Les documents sont interdits. Seule une feuille A4 manuscrite au choix de l'étudiant est autorisée.

Barème indicatif : 4+3+7+6

Exercice 1 : Intégration.

Soit f la fraction rationnelle définie par $f(t) = \frac{6t + 5}{2t^2 + 3t + 1}$

1. Décomposer f en éléments simples.

2. Calculer $I = \int_1^2 f(t) dt$.

Exercice 2 : Intégration.

Calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{\pi} t \cos(2t) dt$$

Exercice 3 : Matrice inverse

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer le déterminant de la matrice M , on pourra développer par rapport à la première ligne.
2. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles la matrice M est inversible.

Exercice 4 : Diagonalisation

Soit A la matrice définie par $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 6 \\ 2 & -4 & 4 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer le polynôme caractéristique de A .
2. Déterminer les valeurs propres de A , on vérifiera que leur somme est égale à -1.
3. Déterminer un vecteur propre associé à chacune des valeurs propres.
4. Déterminer D diagonale et P inversible telle que $A = PDP^{-1}$.