

## Examen de Mathématiques S5 : session 2

---

Calculatrice et document sont interdits. Seule une feuille A5 manuscrite au choix de l'étudiant est autorisée. Avoir sur soi un téléphone portable est interdit, ils doivent être éteint et dans les sacs. Barème indicatif : 4+7+9

---

### Exercice 1 : Décomposition en éléments simples

Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle :

$$F(X) = \frac{X^4}{X^2 - 1}$$

### Exercice 2 : Étude de fonction

Soit la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x - 6}$$

On note  $\mathcal{C}$  la représentation graphique de  $f$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Déterminer les variations de  $f$ , ainsi que ses limites aux bornes du domaine de définition.
3. Déterminer la tangente à  $\mathcal{C}$  en  $(6, 6)$ .
4. Déterminer l'équation de l'asymptote oblique à  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $+\infty$ .

### Exercice 3 : Calcul matriciel

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 6 & 2 & -6 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le déterminant de  $A$ .
2. Calculer  $A^{-1}$ .
3. Déterminer le polynôme caractéristique de  $A$ .
4. Déterminer les valeurs propres de  $A$ .
5. Déterminer des vecteurs propres associés à chaque valeur propre.
6. Déterminer  $D$  diagonale et  $P$  inversible telles que  $A = P.D.P^{-1}$