

L3 SPI
1er semestre
2013-2014

EXAMEN de MATHEMATIQUES

Durée 1h30

Toute sortie est définitive.

Les calculatrices et les téléphones sont strictement interdits.

I) On considère le polynôme complexe:

$$P(X) = X^2 + iX - (1 + i)$$

- 1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $3 + 4i$.
- 2) En déduire les racines de $P(X)$.

II) Soit la fonction d'une variable réelle définie par:

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 + 10x + 9}{(x + 1)^2}$$

et C sa courbe représentative.

- 1) Factoriser dans \mathbf{R} le polynôme $P(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8$
- 2) Décomposer $f(x)$ en éléments simples, sans oublier la partie entière.
- 3) Calculer $f'(x)$ et vérifier que:

$$f'(x) = \frac{P(x)}{(x + 1)^3}$$

- 4) En déduire le tableau de variations de f et déterminer ses limites.
- 5) Montrer en utilisant la question 2 que C admet une asymptote oblique.
Déterminer l'intersection entre la courbe C et cette asymptote.
- 6) Calculer $f'(x)$ et vérifier que la courbe C a un point d'inflexion en $x = -2$.
- 7) En plaçant tous les éléments remarquables, tracer la courbe C .
- 8) Déterminer le développement limité de f au voisinage de 0 à l'ordre 2.
Donner un équivalent simple de $f(x)$ au voisinage de $+\infty$.
- 9) Calculer l'intégrale I :

$$I = \int_0^1 f(x).dx$$