**NUMERO COPIE:**

**QCM A**

(1) Soit $E$ un espace vectoriel de dimension $n$. Soit $f \in GL(E) \setminus \{id\}$ tel que $rg(f - id) = 1$. Alors $f$ est diagonalisable si et seulement si $det(f) \neq 1$

VRAI FAUX

Justification:

(2) $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $\forall i \neq j, r \neq s$ on a $Id + \lambda E_{i,j} \sim Id + \mu E_{r,s}$ dans $M_n(\mathbb{C})$

VRAI FAUX

Justification:

(3) Soit $q$ une forme quadratique. Si $q$ est définie alors $q$ est non dégénérée.

VRAI FAUX

Justification:

(4) Soient $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ (avec $n \geq 5$) telles que $\chi_A(x) = \chi_B(x) = (-1)^n(x-a)^4(x-b)^{n-4}$ (avec $a \neq b \in \mathbb{C}$) et $\mu_A(x) = \mu_B(x) = (x-a)^2(x-b)$. Alors $A \sim B$

VRAI FAUX

Justification:

(5) Soit $q : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}, q(x) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2$. Alors $q$ admet un sous-espace isotrope de dimension 3.

VRAI FAUX

Justification:

(6) Soit $(\mathbb{R}^2, (\cdot,\cdot))$ l'espace euclidien standard. Soit $\mathscr{B} = \{v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)\}$. Soit $p \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^2)$ la projection orthogonale sur $\langle \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \rangle$, donc $M_{\mathscr{B}}(p) = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$. Alors $M_{\mathscr{B}}(p^*)$ est

$\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right)$

Justification:

(7) La base $\mathscr{B} = \left(v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ de $\mathbb{C}^3$ est une base de Jordanisation pour la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C}).$$

VRAI FAUX

Justification:

(8) $\forall A, B \in M_n(\mathbb{C})$: $A, B$ nilpotentes $\Longrightarrow AB$ nilpotente

VRAI FAUX

Justification:

(9) $\forall A, B \in M_n(\mathbb{C})$: $AB$ nilpotente $\Longrightarrow BA$ nilpotente

VRAI FAUX

Justification:

(10) Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$. Alors $A \in S_n^{++}(\mathbb{R})$ si et seulement si il existe une matrice inversible $B \in GL_n(\mathbb{R})$ telle que $A = {}^tBB$.

VRAI FAUX

Justification:

(11) Soit $f \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^2)$ tel que $M_{(e_1,e_2)}(f) = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, avec $a, b \in \mathbb{R}$. Alors $f$ est un opérateur normal de l'espace euclidien standard $(\mathbb{R}^2, (\cdot,\cdot))$.

VRAI FAUX

Justification: