



Licence 2 C
Contrôle Continu n°3
Mathématiques, Semestre 2

L'usage de la calculatrice est autorisé.
Une feuille A4 avec des formules ou résultats
de cours (faite manuellement) est autorisée.

Date : Mardi 13 mai 2025
Durée : 1h30
Nombre de pages : 2

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la précision des justifications.

Le sujet comporte 3 exercices, à traiter dans l'ordre de votre choix. Le barème est donné à titre indicatif.

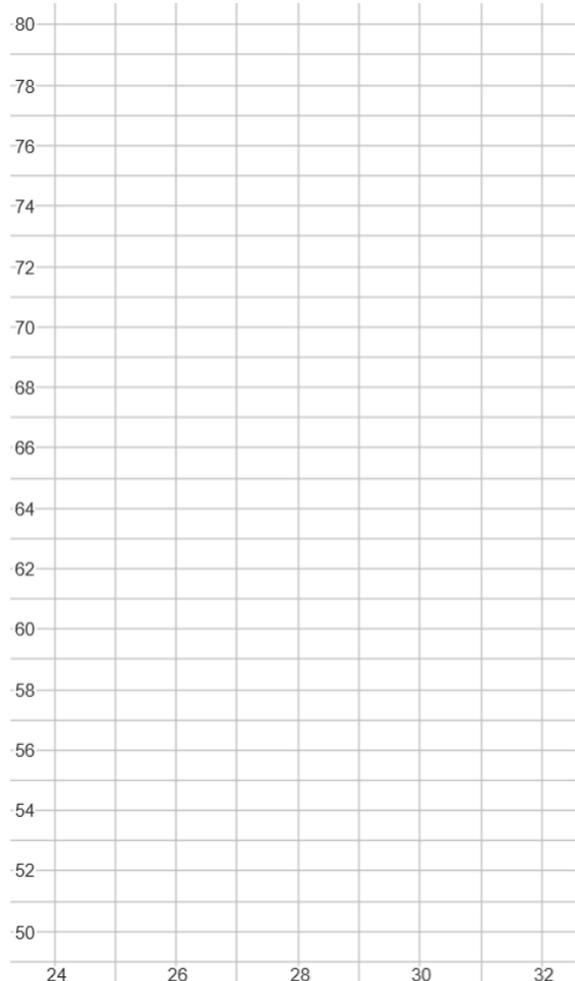
◇◇◇

Exercice 1. [Statistiques, 8 points]

Les ventes (en milliers d'articles) d'un produit ont été mesurées pendant 4 trimestres. L'entreprise qui le commercialise cherche à quantifier la corrélation entre ces ventes et les visites de ses représentants chez les potentiels clients. On regroupe ces valeurs numériques dans deux variables statistiques : X pour le nombre de visites des représentants de l'entreprise et Y pour les ventes (en milliers d'articles), données dans le tableau ci-dessous.

x_i (visites)	26	27	31	30
y_i (ventes)	53	68	79	69

1. Représenter le nuage de points $\{(x_i, y_i); i \in \{1, 2, 3, 4\}\}$ dans le repère ci-contre.
2. Calculer la moyenne $m(X)$ de la variable statistique X , ainsi que sa variance $V(X)$.
3. Calculer de même $m(Y)$ et $V(Y)$.
4. Calculer la valeur de la covariance de X et Y .
5. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement linéaire de Y par rapport à X , et tracer cette droite dans le repère précédent.
6. Sachant que l'on ne possède ici que 4 données statistiques, il est évident qu'on ne peut pas s'attendre à une précision excellente. On décide donc de considérer l'ajustement linéaire précédent comme pertinent à partir du moment où le coefficient de corrélation linéaire va dépasser 0,85.
Calculer $\rho(X, Y)$ et interpréter le résultat.
7. Lors du trimestre suivant, l'entreprise prévoit de réaliser 32 visites chez de potentiels clients. Donner une estimation des ventes auxquelles elle peut s'attendre.



Exercice 2. [Variables aléatoires à densité, 7,5 points]

Les Parties 1 et 2 sont complètement indépendantes.

Partie 1 :

1. Si X est une variable aléatoire de loi $\mathcal{N}(0;1)$, calculer $P(-0,75 < X < 1,25)$ à l'aide de la table de la fonction de répartition Φ de cette loi.

Un entreprise qui fabrique des ascenseurs se base sur des statistiques affirmant que la masse d'une personne adulte suit une loi normale de moyenne 75 kg et d'écart-type 5 kg. On note alors M la masse (en kg) d'une personne adulte choisie au hasard.

2. Calculer la probabilité que M soit comprise entre 71,25 kg et 81,25 kg.
3. Trouver une valeur approchée du nombre $a > 0$ tel que $P(75 - a < M < 75 + a) = 0,95$. Interpréter ce résultat par une phrase.

Dans les ascenseurs de cette entreprise, le nombre maximal de personnes autorisé est de 9. De plus, l'ascenseur ne démarrera pas s'il détecte une masse totale supérieure à 700 kg.

4. Un groupe de 9 personnes monte dans un de ces ascenseurs. On note M_T la masse totale (en kg) de ces 9 personnes, et on sait que M_T suit la loi $\mathcal{N}(9 \times 75; 9 \times 25)$. Calculer la probabilité que l'ascenseur ne puisse pas démarrer.

Partie 2 :

Le fonctionnement d'une machine est perturbé par des pannes. On considère la variable aléatoire T qui représente le temps (en heures) écoulé entre la mise en route de cette machine et sa première panne. On suppose que T suit la loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{2}$.

1. Quelle est la durée moyenne de fonctionnement de la machine avant sa première panne?
2. Calculer la probabilité que la machine fonctionne pendant plus de 2 heures avant sa première panne.
3. Calculer la probabilité que la durée T soit comprise entre 30 minutes et 1 heure.

Exercice 3. [Variables aléatoires discrètes, 4,5 points]

Un restaurateur accueille chaque soir 70 clients. Il sait que, en moyenne, 2 clients sur 5 prennent une crème brûlée en dessert. D'expérience, il pense qu'il peut satisfaire la demande dans plus de 70% des cas s'il prépare 30 crèmes brûlées.

1. On note X le nombre de crèmes brûlées commandées par les clients un soir. On sait que X suit alors une loi binomiale. Donner ses paramètres.
2. En moyenne, combien de crèmes brûlées seront commandées chaque soir?
3. Calculer la probabilité que le restaurateur satisfasse exactement la demande avec les 30 crèmes brûlées préparées (c-à-d. sans qu'il en reste). (*Bien écrire le calcul fait.*)
4. Le restaurateur a-t-il raison dans ce qu'il affirme? (*On pourra utiliser une calculatrice, tant que l'on annonce quel calcul on fait.*)
5. Déterminer le nombre de crèmes brûlées qu'il devrait préparer au minimum pour pouvoir satisfaire la demande dans au moins 90% des cas. (*On pourra de nouveau utiliser une calculatrice, à condition d'expliquer le raisonnement suivi.*)