Deuxième Année de Licence PC-C
Probabilités
2010/2011

Examen, 15 mai 2012, 2h

Cellulars closed. calculator authorized and a manuscrit sheet with course notes, A4 recto-verso

Theorical questions

1. State Bienaymé-Tchebychev.
2. What is a unbiased estimator ?

Exercice 1 : In a sheep farm, we suppose that 30% are ill. We have a test for this disease. if a sheep is not ill, there is 9 chances over 10 that the test has a negative reaction. If he is ill, there is 8 chances over 10 that the test has a positive reaction. All the sheeps are checked.

1. What is the probability that a randomly chosen sheep is not ill ?
2. What is the probability that a randomly chosen sheep shows up a positive reaction, knowing that he is not ill ?
3. What is the probability that a randomly chosen sheep is not ill and shows up a positive reaction ?
4. What is the probability that a randomly chosen sheep show up a positive reaction ?
5. What is the probability that a randomly chosen sheep is ill, knowing that he shows up a positive reaction ?

Exercice 2 : Let X be a continuous variable with density $f(t) = \lambda t e^{-t}$ for $t \geq 0$ (f is null on $]-\infty; 0[$).

1. Give the value of λ.
2. Calculate expectation and variance of X.
3. Give the probability that $1 \leq X \leq 3$

Exercice 3 : The size of a corn is a random variable X that follow a normal law $N(15, 6^2)$ (unit : cm).

1. What is the probability that a corn is under 16 cm ?
2. We suppose that there are 15 millions of corn in the field, give an estimation of the number of corn greater that 20 cm
3. What is the probability that 10 corns randomly chosen have all a size in $[16; 20]$?
4. We suppose that the size of corn in another field follows a random variable Y of normal law $N(10, 4^2)$ and that$X$ et Y are independant. What is the probability that a corn in the first field is greater that a corn in the second field ?

Exercice 4 : We suppose that a person who reserved a ticket plane has a probability equal to $0,9$ to take the plane. We suppose also that all passengers are independant. There is 200 sits in a plane. We call N the random variable equal to the number of passager taking the plane.

1. What is the distribution of N ?
2. With which other distribution can we approximate it ? (justify)
3. If the company accepts 220 réservations, what is the probability that some passenger are not able to take the plane ?
4. How much reservation can the company accept in order to make the probability to refuse a passenger smaller than $0,01$?

Examen, 15 mai 2012, 2h

Téléphones portables interdits ou éteints. Calculatrice autorisée ainsi qu'un aide-mémoire manuscrit et personnel tenant sur une page A4 recto-verso

Questions de cours

1. Enoncer Bienaymé-Tchebychev.
2. Qu'est-ce qu'un estimateur sans biais ?

Exercice 5 : Dans un élevage de moutons, on estime que 30% sont atteints par une certaine maladie. On dispose d'un test pour cette maladie. Si un mouton n'est pas atteint, il a 9 chances sur 10 d'avoir une réaction négative au test. S'il est atteint, il a 8 chances sur 10 d'avoir une réaction positive. On soumet tous les moutons de l'élevage au test.

1. Quelle est la probabilité qu'un mouton pris au hasard ne soit pas malade ?
2. Quelle est la probabilité qu'un mouton ait une réaction positive au test sachant qu'il n'est pas malade ?
3. Quelle est la probabilité qu'un mouton ne soit pas malade et ait une réaction positive au test ?
4. Quelle est la probabilité qu'un mouton réagisse positivement au test ?
5. Quelle est la probabilité qu'un mouton soit malade, sachant qu'il a réagit positivement ?

Exercice 6 : Soit X une variable aléatoire continue de densité $f(t) = \lambda t e^{-t}$ pour $t \geq 0$ (f est nulle sur $]-\infty; 0[$).

1. Donner la valeur de λ.
2. Calculer l'espérance et la variance de X.
3. Donner la probabilité pour que $1 \leq X \leq 3$

Exercice 7 : La taille d'un épi de blé dans un champ est modélisée par une variable aléatoire X de loi normale $N(15, 6^2)$ (unité : le cm).

1. Quelle est la probabilité pour qu'un épi ait une taille inférieure à 16 cm ?
2. On admet qu'il y a environ 15 millions d'épis dans le champ, donner une estimation du nombre d'épis de plus de 20 cm
3. Quelle est la probabilité pour que 10 épis prélevés dans le champ aient tous leur taille dans l'intervalle $[16; 20]$?
4. On suppose que la taille d'un épi de blé d'un autre champ est modélisée par une variable aléatoire Y de loi normale $N(10, 4^2)$ et que X et Y sont des variables indépendantes. Quelle est la probabilité pour qu'un épi pris dans le premier champ soit plus grand qu'un épi pris dans le second.

Exercice 8 : On admet qu'en moyenne, un passager qui a acheté un billet d'avion se présente à l'enregistrement avec une probabilité égale à $0,9$. On suppose aussi que les passagers réagissent indépendamment les uns des autres. Un avion comporte 200 places. On appelle N la variable aléatoire associée aux nombres de passagers se présentant.

1. Quelle est la loi suivie par N ?
2. Par quelle loi peut-on l'approcher ? (justifier)
3. Si la compagnie accepte 220 réservations, quelle est la probabilité qu'elle doive refuser des passagers ?
4. Combien de réservations peut-elle accepter au maximum pour que la probabilité de refuser un passager soit inférieure à $0,01$?

Deuxième Année de Licence PC-C
Probabilités
2010/2011

Examen type, avril 2012, 2h

Questions de cours Au choix dans : Estimateurs, biais d'un estimateur, définition d'un échantillon, d'un intervalle de confiance avec risque, inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Exercice 1 : Le nombre de rhumes attrapés par un individu en l'espace d'un an est une variable aléatoire de Poisson de paramètre $\lambda = 5$. Admettons qu'un remède miracle (basé sur l'effet de la vitamine C à haute dose) ait été lancé sur le marché et qu'il abaisse le paramètre λ à 3 pour 25% de la population. Pour les 75 derniers pourcents de la population, le remède n'a pas d'effet appréciable. Un individu essaie ce médicament pendant 1 an et attrape deux rhumes. Quelle est la probabilité que le remède ait eu un effet sur lui ?

Exercice 2 : Soit X une variable aléatoire continue de densité $f(t) = \lambda t^2 e^{-t}$ pour $t \geq 0$ (f est nulle sur $]-\infty; 0[$).

1. Donner la valeur de λ.
2. Calculer l'espérance et la variance de X.
3. Donner la probabilité pour que $2 \leq X \leq 4$

Exercice 3 : Dans un pays donné, le taux de cholestérol sérique d'un individu pris au hasard est modélisé par une loi normale avec une moyenne de 200 mg/100 mL et un écart type de 20 mg/ 100 mL.

1. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans ce pays ait un taux de cholestérol inférieur à 160 mg/100 mL ?
2. Quelle proportion de la population a un taux de cholestérol compris entre 170 et 230 mg/100 mL ?
3. Dans un autre pays, le taux moyen sérique est de 190 mg/100 mL, pour le même écart type. Reprendre les questions précédentes.
4. On choisit un individu au hasard dans le premier pays puis dans le second. Quelle est la probabilité que le premier individu ait un taux supérieur au second ?

Exercice 4 : On évalue à $0,4$ la probabilité qu'une personne en âge d'être vaccinée contre la grippe demande effectivement à l'être. Sur une population de 150 000 personnes en âge d'être vaccinées, soit N le nombre de personnes qui demanderont à l'être.

1. Quelle est la loi suivie par N ?
2. Par quelle loi peut-on approcher N ? Justifier.
3. Si on prépare 60 500 vaccins, quelle est la probabilité qu'il n'y en ait pas suffisamment ?
4. Calculer le nombre m de vaccins qu'il faudrait prévoir pour que la probabilité d'en manquer soit égale à $0,1$.