Deuxième Année de Licence PC-C
Probabilités
2009/2010

Examen du 24 Juin 2010 : deuxième session

Exercice 1 : Dans une population donnée, 89 % des victimes d'une infection virale présente un symptôme qui n'atteint que 23 % de la population non infectée. On sait de plus que 29 % de la population présente ce symptôme.

1. Traduire en langage mathématique les données de l'énoncé
2. Quelle est la probabilité qu'un individu choisi au hasard dans cette population ne soit pas infecté ?
3. Quelle est la probabilité qu'un individu présentant le symptôme soit infecté ?
4. Quelle est la probabilité qu'un individu ne présentant pas le symptôme, ne soit pas infecté ?

Exercice 2 : On lance 300 fois une pièce de monnaie truquée. La probabilité d'obtenir "face" est 2/3. On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où l'on obtient face.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Donner ses paramètres.
2. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ?
3. Calculer $P(X > 210)$.

Exercice 3 : On tire au hasard dans une population (très grande), un échantillon de 100 sujets et l'on mesure la glycémie de chacun d'entre eux. On obtient pour cet échantillon, une moyenne $\bar{x} = 92,2mg/100ml$ et une variance $S^2 = 51,4$.

1. A partir des résultats obtenus pour cet échantillon, donner un estimateur sans biais de la moyenne μ et un estimateur sans biais de la variance de la glycémie de la population.
2. On suppose que la variable aléatoire $\bar{X}$, qui à tout échantillon de taille 100 associe la glycémie moyenne de cet échantillon suit une loi normale.
   (a) Quels sont les paramètres de cette loi normale ?
   (b) Déterminer un intervalle de confiance au risque 1% de la glycémie moyenne μ de la population.
   (c) Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour connaître avec le niveau de confiance 95% la glycémie moyenne dans la population à $1mg/100ml$ près.

Exercice 4 : On se propose d'effectuer un contrôle de réception des pièces fabriquées dans une usine. On hésite entre deux valeurs pour le proportion p de pièces défectueuses. On dispose d'un lot de 400 pièces. On a donc les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : & p_0 = 0,05 \\ H_1 : & p_1 = 0,08 \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur seuil du test unilatéral au risque de première espèce $\alpha = 5\%$, puis $\alpha = 10\%$ pour l'acceptation de H_0 ?
2. On a un échantillon dans lequel il y a 27 pièces défectueuses. Quelle est la décision prise dans chacun des cas ?
3. Calculer le risque de seconde espèce si on privilégie H_0 avec le risque 5% alors que la proportion est en réalité p_1.