Deuxième Année de Licence PC-C
Probabilités
2008/2009

Contrôle continu de 20 Février 2009 - Corrigé -

Exercice 1 :
- Au total, il y a $17 \cdot 16 \cdot 15 = 4080$ tiercés possibles.
- Il y a 1 tiercé dans l'ordre.
- Il y a dans $3! = 6$ tiercés dans l'ordre ou le désordre.
- Il y a $6 - 1 = 5$ tiercés dans le désordre.

Exercice 2 : Le nombre total de comités possibles est $\binom{15}{4} = 1365$.
- Le nombre de comités comprenant 4 américains est $\binom{8}{4}$. La probabilité est $\binom{8}{4}/\binom{15}{4} = 2/39 \simeq 0,051$
- Le nombre de comités sans américain est donné par $\binom{7}{4}$. La probabilité est $\binom{7}{4}/\binom{15}{4} = 1/39 \simeq 0,026$
- On peut avoir deux américains, un français, un anglais (le nombre de comités est alors $\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1}$) ou un américain, deux français, un anglais (le nombre de comités est $\binom{8}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2}$) ou un américain, deux anglais, un français (le nombre de comités est $\binom{8}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{3}{1}$) Le nombre de comités favorables est donc $28 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 6 \cdot 3 + 8 \cdot 4 \cdot 3 = 408$ et la probabilité est donnée par $192/455 \simeq 0,42$.

Exercice 3 :
1. D'après l'énoncé, $P(A) = 0,05$ donc $P(\bar{A}) = 0,95$. On a aussi $P(D/A) = 0,6$ d'où $P(\bar{D}/A) = 0,4$. D'après l'énoncé, on obtient $P(\bar{D}/\bar{A}) = 0,98$ et donc $P(D/\bar{A}) = 0,02$
2. Dans cette question, on cherche $P(A/D)$. D'après la formule de Bayes, on a $P(A/D) = (P(D/A)P(A))/P(D)$ et la formule des probabilités totales donne $P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/\bar{A})P(\bar{A}) \simeq 0,049$. On obtient : $P(A/D) \simeq 0,612$.

Exercice 4 : On considère une urne contenant trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et quatre boules vertes. On tire au hasard une boule dans l'urne.
1. On a $P(J) = 3/10$, $P(B) = 2/10 = 1/5$, $P(R) = 1/10$ et $P(V) = 4/10 = 2/5$
2. En fonction de la couleur tirée, on se voit attribué une somme d'argent selon la convention suivante : Si la boule tirée est Soit X la variable aléatoire qui associe au tirage le gain réalisé.
   (a) $P(X = 10) = P(R) = 1/10$, $P(X = 2) = P(V) = 2/5$ et $P(X = 3) = P(J) + P(B) = 1/2$ car les événements J et B sont indépendants.
   (b) $E(X) = 10 \times 1/10 + 2 \times 2/5 + 3 \times 1/2 = 3,3$, $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 100 \times 1/10 + 4 \times 2/5 + 9 \times 1/2 - (33/10)^2 = 5,21$ et $\sigma(X) = \sqrt{(V(X))} = 2,28$.
3. Soit Y le nouvelle variable aléatoire, telle que $P(Y = 10) = 1/10$, $P(Y = 2) = 2/5$, $P(Y = 3) = 3/10$ et $P(Y = m) = 1/5$. On cherche m tel que $E(Y) = 4,5$. On a $E(Y) = 10 \times 1/10 + 2 \times 2/5 + 3 \times 3/10 + m \times 1/5 = 4,5$, ce qui donne $m = 9$.