

Examen du 11 Juin 2009 : deuxième session

Exercice 1 : Une compagnie d'assurance répartit ses clients en 3 classes : les bons risques (classe R1), les risques moyens (classe R2) et les mauvais risques (classe R3). Les effectifs de ces trois classes représentent 20% de la population totale pour la classe R1, 50% pour la classe R2 et 30% pour la classe R3. Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours de l'année sont de 0,05 pour la classe R1, 0,15 pour la classe R2 et 0,3 pour la classe R3.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une personne choisie au hasard dans la population ait un accident au cours de l'année ?
2. Si une personne n'a pas eu d'accident au cours de l'année, quelle est la probabilité qu'elle soit dans la classe R1 ?

Exercice 2 : On suppose qu'il y a une probabilité égale à 0,1 d'être contrôlé sur une ligne d'autobus. Mr. A. fait 700 voyages par an sur cette ligne.

1. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de contrôles de Mr. A. sur cette ligne pendant une année.
 - (a) Quelle est la loi suivie par X ?
 - (b) Par quelle loi peut-on l'approcher ?
 - (c) Calculer $P(60 \leq X \leq 80)$.
2. Mr. A. est en fait un fraudeur qui voyage toujours sans ticket. Sachant que le prix d'un ticket est 1 euro, quelle doit être l'amende minimale par contrôle pour que le fraudeur ait sur une année une probabilité supérieure à 0,75 d'être perdant ?

Exercice 3 : Une agence de voyage propose dans un de ses circuits, la visite d'une exposition sous forme d'option supplémentaire. En prélevant au hasard 120 fiches sur les 2379 clients sur la période considérée, on observe que seulement 28 fiches comportent cette option. Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille $n = 120$ associe le pourcentage de clients de l'échantillon ayant pris cette option. On note p le pourcentage inconnu des 2379 clients ayant pris cette option.

1. Quelle est la loi suivie par F ? Donner ses paramètres.
2. Déterminer un intervalle de confiance pour p de niveau 0,95.
3. Avec quel effectif minimal n obtient-on, avec le niveau de confiance 95%, une estimation de p par un intervalle de confiance ne comportant que des pourcentages inférieurs à 25% ?

Exercice 4 : Soit un stock important dont on estime qu'un caractère suit une loi normale de moyenne $\mu = 240$ et d'écart-type $\sigma = 50$. On cherche à vérifier cette hypothèse. On prélève un échantillon de taille $n = 40$ dont la moyenne observée est $\bar{x} = 255$. Soit le test suivant pour contrôler la moyenne estimée μ :

$$\begin{aligned}H_0 &: m_0 = 240 \\H_1 &: m_1 > 240\end{aligned}$$

1. Soit \bar{X} la variable aléatoire qui à tout échantillon de taille $n = 40$ associe la moyenne de l'échantillon pour la caractéristique étudiée. On privilégie H_0 .
 - (a) Sous H_0 quelle est la loi suivie par \bar{X} ?
 - (b) Déterminer la valeur seuil de ce test au risque 1%. Donner la règle de décision de ce test. Quelle est la décision prise ?
 - (c) Dans la cas où $m_1 = 265$, calculer le risque de deuxième espèce associé à ce test.
2. Quelle serait la décision prise au risque 5% ?