Université de Cergy-Pontoise **2007-2008**
Mathématiques **L2 PCS4**

Corrigé du Contrôle continu du 29 Février 2008

Exercice 1 : 1. Il y a $\binom{6}{3} = 20$ échantillons de 3 pièces.

2. Un seul échantillon contient 3 bonnes pièces.
3. Il y a un seul échantillon qui contient 3 pièces défectueuses. Donc il y a $20 - 1 = 19$ échantillons qui contiennent au moins un pièce bonne.

Exercice 2 : Notons A l'événement : Manger des frites new-look. Alors l'événement $\bar{A}$ est : Manger des frites traditionnelles.
Notons F l'événement : Le mangeur de frites est flamand. Alors l'événement $\bar{A}$ est : le mangeur de frites est wallon.
On cherche $P(F/A)$. On traduit les hypothèses de la manière suivante :
$P(A/F) = 0,35$, $P(\bar{A}/F) = 0,65$, $F(A/\bar{F})) = 0,25$, $P(\bar{A}/\bar{F}) = 0,75$. De plus, $P(F) = \frac{7}{11}$ et $P(\bar{F}) = \frac{4}{11}$ (proportion de Flamands et Wallons dans l'équipe).

1. D'après la formule de Bayes, on a $P(F/A) \cdot P(A) = P(A/F) \cdot P(F)$. D'où $P(F/A) = \frac{P(A/F) \cdot P(F)}{P(A)}$.
2. La formule des probabilités totales donne $P(A) = P(A/F) \cdot P(F) + P(A/\bar{F}) \cdot P(\bar{F}) \simeq 0,31$.
3. On obtient alors $P(F/A) = \frac{P(A/F) \cdot P(F)}{P(A/F) \cdot P(F) + P(A/\bar{F}) \cdot P(\bar{F})} \simeq \frac{0,22}{0,31} \simeq 0,71$.

Exercice 3 : 1. X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(20; 0,1)$. D'où $P(X = k) = \binom{20}{k} 0,1^k 0,9^{20-k}$.

2. La probabilité recherchée est $P(X = 0) + P(X = 1) \simeq 0,12 + 0,27 \simeq 0,39$.
3. L'espérance est donnée par $E(X) = np = 2$

Exercice 4 : 1. Quand on prélève 5 livres au hasard, il y a $\binom{10}{5} = 252$ possibilités. Il y a $\binom{5}{3} \cdot \binom{3}{2} = 30$ possibilités d'avoir 3 livres en anglais et 2 en russe. La probabilité recherchée est donc $\frac{30}{252} = 0,12$.

2. Les possibilités sont : 3 livres en russe, 2 en anglais : $\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{10}{5}} = \frac{10}{252} \simeq 0,04$. 3 livres en russe, 2 en allemand : $\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{2}{2}}{\binom{10}{5}} = \frac{1}{252} \simeq 3,96 \cdot 10^{-3}$. 3 livres en anglais, 2 en allemand : $\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2}}{\binom{10}{5}} = \frac{10}{252} \simeq 0,04$. 3 livres en anglais, 2 en russe : $\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{10}{5}} = \frac{30}{252} \simeq 0,12$. On obtient au total la probabilité : 0,2.
3. X suit une loi hypergéométrique $\mathcal{H}(5, 3, 7)$, X prend les valeurs 0,1, 2, 3 et on a : $P(X = k) = \frac{\binom{3}{k} \binom{7}{5-k}}{\binom{10}{5}}$. D'où $P(X = 0) \simeq 0,083$, $P(X = 1) \simeq 0,42$, $P(X = 2) = 0,42$ et $P(X = 3) \simeq 0,083$.