

1. Soient $a, b \in \mathbb{R}$. On pose $u = (0, a, a)$, $v = (0, b, 0)$, $w = (1, 2, 3)$ (vecteurs de \mathbb{R}^3).
- (1) Pour quelles valeurs de a, b l'ensemble $\{u, v, w\}$ est-il une base de \mathbb{R}^3 ?
 - (2) Dans le cas où $\{u, v, w\}$ est une base, exprimer $x = (3, 2, 1)$ en cette base.
 - (3) Dans le cas où $\{u, v, w\}$ n'est pas une base, trouver l'espace engendré par u, v, w .

2. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1) Calculer le polynôme caractéristique de A .
- (2) Calculer les valeurs et vecteurs propres de A .
- (3) Calculer les puissances de A .

3. On considère l'espace de probas $X = \{0, 2, 4, 6\}$, avec la mesure uniforme.

- (1) Calculer l'espérance et la variance de la variable $f(i) = i + 1$.
- (2) Calculer l'espérance et la variance de la variable $f(i) = (i - 1)^2$.
- (3) Vérifier que $\mu(i) = i/12$ est bien une mesure de probas sur X .
- (4) Mêmes questions que dans (1,2), mais avec X muni de la mesure dans (3).

\implies justifier toutes les réponses