

CY Cergy Paris université  
octobre 2020

### Contrôle continu Mathématiques-MS3

Durée 1 heure, les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés

#### Exercice 1.

Etudier la nature des séries numériques suivantes:

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$
- (b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)^{n^3}$
- (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$
- (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

#### Exercice 2.

Calculer le rayon de convergence et trouver la somme des séries entières suivantes:

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$
- (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$
- (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} x^n$

#### Exercice 3:

Donner le développement en série entière, en 0, des fonctions suivantes:

- (a)  $f(x) = \ln(1 - x)$
- (b)  $j(x) = \arctan x$
- (c)  $g(x) = x^2 \sin x$
- (d)  $h(x) = \frac{x}{1-x^3}$ .

#### Exercice 4:

Montrer que l'équation différentielle  $y' - 3y = 0$  d'inconnue  $y(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  admet une solution et une seule développable en série entière en 0 et prenant la valeur 1 en 0.