

Examen

Exercice 0.1. Soit $f(x) = x^2 - 2$.

1. Donner le terme général de la suite de Newton pour f .
2. Faire un programme en python pour calculer les 10 premiers termes de la suite avec $x_0 = 1$.

Exercice 0.2. Soit la formule de quadrature $J(g) = \sum_{j=1}^M \omega_j g(t_j)$ avec $M = 3$, $t_1 = -1$, $t_2 = 0$ et $t_3 = 1$ pour approcher $\int_{-1}^1 g(t) dt$.

1. Calculer les poids pour que la formule de quadrature soit exacte pour les polynôme de degré 2.
2. Donner alors la formule de quadrature $J(g)$.
3. Montrer que cette formule est exacte pour t^3 .
4. Programmer en python la formule qui approche alors $\int_a^b f(x) dx$:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(x_{i+1} - x_i)}{2} \sum_{j=1}^M \omega_j f(x_i + (x_{i+1} - x_i)(t_j + 1)/2)$$

avec $x_i = ih$ $i = 0, \dots, N$ et $h = \frac{b-a}{N}$. Tester le code avec $f(t) = e^t$, $a = 0$ et $b = 1$.

Exercice 0.3. On considère la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que cette matrice admet une décomposition LU.
- 2) En donner une.