

## Examen

**Exercice 0.1.** Soit  $f(x) = x^2 - 2$ .

1. Donner le terme général de la suite de Newton pour  $f$ .
2. Faire un programme en python pour calculer les 10 premiers termes de la suite avec  $x_0 = 1$ .

**Exercice 0.2.** Soit la formule de quadrature  $J(g) = \sum_{j=1}^M \omega_j g(t_j)$  avec  $M = 3$ ,  $t_1 = -1$ ,  $t_2 = 0$  et  $t_3 = 1$  pour approcher  $\int_{-1}^1 g(t) dt$ .

1. Calculer les poids pour que la formule de quadrature soit exacte pour les polynôme de degré 2.
2. Donner alors la formule de quadrature  $J(g)$ .
3. Montrer que cette formule est exacte pour  $t^3$ .
4. Programmer en python la formule qui approche alors  $\int_a^b f(x) dx$  :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(x_{i+1} - x_i)}{2} \sum_{j=1}^M \omega_j f(x_i + (x_{i+1} - x_i)(t_j + 1)/2)$$

avec  $x_i = ih$   $i = 0, \dots, N$  et  $h = \frac{b-a}{N}$ . Tester le code avec  $f(t) = e^t$ ,  $a = 0$  et  $b = 1$ .

**Exercice 0.3.** On considère la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que cette matrice admet une décomposition LU.
- 2) En donner une.