Nom . . . . Prénom . . . .
Deuxième Année de Licence I et P
Analyse
2011/2012

UNIVERSITÉ de Cergy-Pontoise

Contrôle continu du 21 Octobre 2011

Les calculatrices, les téléphones portables, les ordinateurs, les documents sont interdits.

Exercice 1 : (sur 10 points)
Pour chacune de ces questions, il n'y a qu'une seule bonne réponse. Vous devez entourer la bonne réponse sans aucune justification. En cas de changement d'avis, entourez deux fois la bonne réponse. Une absence de réponse donne 0 point, une bonne réponse rapporte 1 point et une mauvaise réponse enlève 0,5 point. *Ne répondez que si vous êtes sûr !*

1. $]0,1[\times[0,1]$ est une partie de $\mathbb{R}^2$
   $\boxed{\text{ouverte}}$ . . . . $\boxed{\text{fermée}}$ . . . . $\boxed{\text{ni ouverte, ni fermée}}$
2. La frontière de la partie précédente est
   $\boxed{\text{Vide}}$ . . . . $\boxed{\text{La réunion de deux segments}}$ . . . . $\boxed{\text{La réunion de quatre segments}}$
3. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1},\dfrac{n^2+2}{n^2+1}\right) =$
   $\boxed{(0,2)}$ . . . . $\boxed{(0,1)}$ . . . . $\boxed{\text{n'existe pas}}$
4. Soit h définie sur $\mathbb{R}^2$ par $h(x,y) = \frac{18}{x^2+y^2+1}$. Le plan tangent à la surface représentative de h au point $(1,2,h(1,2))$ a pour équation :
   $\boxed{z = 3-x-2y}$ . . . . $\boxed{z = 8-x-2y}$ . . . . $\boxed{z = -2+x+2y}$
5. Soit f définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x,y) = 5x^2-4xy-2x+y^2$, f a un point critique en
   $\boxed{(1,2)}$ . . . . $\boxed{(\frac{5}{2},-2)}$ . . . . $\boxed{(\frac{5}{2},\frac{1}{2})}$
6. Pour cette même fonction, f admet au point critique
   $\boxed{\text{un minimum local}}$ . . . . $\boxed{\text{un maximum local}}$ . . . . $\boxed{\text{ni l'un, ni l'autre}}$
7. Soit g définie sur $\mathbb{R}^2$ par $g(x,y) = (x^2+y^2)e^{\sin(\sqrt{x^2+3})}$
   $\boxed{g \text{ a un minimum global qui vaut } 0}$ . . . . $\boxed{g \text{ a un maximum global qui vaut } 1}$
   $\boxed{g \text{ n'a ni maximum, ni minimum global}}$
8. Parmi ces 3 fonctions, laquelle n'est pas un difféomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$?
   $\boxed{\phi(x,y) = (5x+3y,2x)}$ . . . . . $\boxed{\psi(x,y) = (x-y,x+y)}$ . . . . . $\boxed{\xi(x,y) = (xy,x+y)}$
9. La fontion ϕ précédente multiplie localement les aires par
   $\boxed{5}$ . . . . $\boxed{6}$ . . . . $\boxed{10}$
10. La courbe paramétrée par $(x(t),y(t)) = (cos(t^2),sin(t^2))$ pour $t\in\mathbb{R}^+$ est
    $\boxed{\text{Un demi-cercle}}$ . . . . $\boxed{\text{Un cercle}}$ . . . . $\boxed{\text{Une parabole}}$

Exercice 2 : (sur 8 points)
Soit f définie sur le disque unité $D = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \leq 1\}$ par $f(x,y) = x^2+xy+y^2-y$.

1. Montrer sans les déterminer que f admet un maximum global en un point $M \in D$ ainsi qu'un minimum global en un point $m \in D$.
2. Déterminer l'unique point de l'intérieur de D où f peut posséder un extremum local.
3. Déterminer le maximum et le minimum de f sur la frontière de D
4. Déterminer m et M.

Exercice 3 : (sur 2 points)
Question de cours : Donner la formule de changement de variable pour une intégrale double.