

Examen mathématiques de l'ingénieur 2, session 2

L'utilisation ou la consultation de téléphone est formellement interdite, les calculatrices et les téléphones doivent être rangés et éteints. Les documents sont interdits.

Barème indicatif : 4+5+4+7

Exercice 1 : Trigonométrie

Résoudre sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation $\sin x + \cos 2x = 0$.

Exercice 2 : Intégration

Calculer les intégrales suivantes, on rappelle que par définition $\int_1^{+\infty} f(x) \, dx = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_1^A f(x) \, dx$

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 1} \, dx \quad ; \quad J = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 + x} \, dx \quad \text{et} \quad K = \int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) \, dx$$

Exercice 3 : Fonction de deux variables

Déterminer et représenter graphiquement le domaine de définition de la formule : $\frac{x\sqrt{y-x+1}}{x^2+y^2}$.

On note φ la fonction ainsi définie, calculer $\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)$.

Exercice 4 : Extrema

Soit $\varphi : \mathbb{R}^{*2} \rightarrow \mathbb{R}$ l'application $\varphi(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

1. Déterminer P le point critique de φ .
2. Déterminer la matrice Hessienne H de φ en P .
3. Déterminer les valeurs propres de H .
4. Dédire de la question précédente la nature locale (maximum, minimum ou point col) du point P .
5. En vous inspirant des questions précédentes, étudier les extrema locaux de la fonction définie par :
 $\psi(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.