
EXAMEN

Durée: 2h. Aucun document autorisé. Calculatrices autorisées. Téléphones portables interdits!!

Un résultat numérique sans aucune justification sera considéré comme faux.

Question de cours. Pour chacune des variables aléatoires suivantes, donner sa loi, son espérance et sa variance: Bernoulli, Binomiale, Géométrique, Poisson.

Exercice 1. Un joueur a trois pièces dans sa poche, deux normales et la troisième ayant deux côtés "pile" (toutes les pièces sont équilibrées). Il prend au hasard une pièce dans sa poche et la lance.

- Quelle est la probabilité d'obtenir "pile"?
- La pièce montre "pile". Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la pièce normale?
- Il lance la même pièce une seconde fois, elle montre de nouveau "pile". Que devient la probabilité qu'il s'agisse de la pièce normale?
- Il la lance une troisième fois, et obtient "face". Quelle est maintenant la probabilité qu'il s'agisse d'une pièce normale?

Exercice 2. La loi de probabilité jointe d'un couple (X, Y) de v.a. est donnée par le tableau suivant

$Y \backslash X$	8	9	10	11	12
7	0,02	0,04	0,08	0,04	0,02
9	0,06	0,04	0,30	0,07	0,03
13	0,02	0,12	0,02	0,09	0,05

- Donner les lois marginales des variables X et Y .
- Calculer $E(X)$, $V(X)$, $E(Y)$ et $V(Y)$.
- Les variables X et Y sont-elles indépendantes? (Justifier).
- Calculer la covariance de X et Y .
- Donner l'espérance et la variance de la variable aléatoire $X + Y$.
- On note M la moyenne de X et de Y , c'est-à-dire $M = \frac{X+Y}{2}$. Donner $E(M)$ et $V(M)$.

Exercice 3. À un poste de péage on compte le nombre de voitures se présentant sur une période de 5min. Sur 100 observations de 5min, on obtient les résultats suivants:

Nombre de voitures en 5min	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'observations	2	8	15	19	19	15	9	6	2	3	1	1

- Calculer la moyenne et l'écart-type de la série.
- Déterminer la médiane ainsi que les premier et troisième quartiles.
- Représenter la boîte à moustaches de la série.
- Rappeler la définition du coefficient de Fisher et le calculer.