
Examen - Session 2 - 21 juin 2023

Durée : 2h00. Aucun document est autorisé

Exercice 1 : Questions diverses

- a. Donner une équation différentielle linéaire du 1er ordre dont $f(x) = e^{5x}$ est une solution de l'équation homogène associée et $g(x) = x^2$ soit une solution particulière.
- b. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction à 2 variables dont les dérivées partielles sont continues. Supposons que $f(1; 0) = 6$, $f'_x(1; 0) = -2$ et $f'_y(1; 0) = 5$. Déterminer l'équation de la tangente à la surface S_f en point $(1; 0; 6)$, puis donner une valeur approchée de $f(1, 3; -0, 1)$.

Exercice 2 : Résoudre l'équation différentielle $y'' + 7y' = 0$, avec $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 3 : Déterminer les réels a pour lesquels la fonction $g(x; y) = \cos(x - ay)$ est une solution de l'équation d'onde $\frac{\partial^2 g}{\partial^2 y} = 4 \frac{\partial^2 g}{\partial^2 x}$.

Exercice 4 : Soit $a = 1 + i$ et $b = \sqrt{3} + i$.

- a. Ecrire sous-forme algébrique $\frac{b}{a^2}$ et $\frac{a}{b}$.
- b. Ecrire sous forme trigonométrique a , b , b^2 , $\frac{a}{b^2}$.

Exercice 5 : On possède 5 spécimens fossile d'un animal disparu et ces spécimens sont de tailles différentes. On estime que si ces animaux appartiennent à la même espèce il doit exister une relation linéaire entre la longueur de deux de leurs os : le fémur et l'humérus. Voici les données de ces longueurs en cm pour les 5 spécimens possédant ces deux os intacts :

fémur : x_i	38	56	59	64	75
humérus : y_i	41	61	70	72	84

- a. Compléter le tableau suivant et en déduire les valeurs des variances et covariances : (reporter le tableau dans vos copies)

x_i	38	56	59	64	75	$\bar{x} =$
y_i	41	61	70	72	84	$\bar{y} =$
x_i^2						$\overline{x^2} =$
y_i^2						$\overline{y^2} =$
$x_i y_i$						$\overline{xy} =$

- b. Déterminer, par la méthode du cours, l'équation de la droite de l'ajustement linéaire.
- c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Commenter.
- d. Calculer la longueur, selon ce modèle, du fémur d'un spécimen dont l'humérus mesurerait 55 cm.