

**Contrôle de mathématiques du 17/03/11 (durée 1 heure)**

*Il faut soigner la rédaction et la présentation. Souligner vos résultats. Les documents et calculatrices sont interdits. Barème : 5 – 8 - 7*

**Exercice 1**

On se place dans un repère orthonormal direct de l'espace.

Soit les plans P et P' d'équations cartésiennes respectives :

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ et } ax + by + cz + d' = 0$$

1) Justifier qu'ils sont parallèles.

2) Montrer que la distance entre les deux plans P et P' est donnée par :

$$\frac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

**Exercice 2**

On se place dans un repère orthonormal direct de l'espace  $\mathcal{R} = \{O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ .

1) Soit P le plan passant par  $M_0$  et dirigé par la famille libre  $(\vec{u}, \vec{v})$ .

Justifier l'équivalence suivante :

$$M \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v}) = 0$$

2) Donner une équation cartésienne du plan  $P_1$  passant par le point  $A(1,1,-6)$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u}(1,1,-3)$  et  $\vec{v}(2,0,-2)$ .

3) a) Soit les deux plans  $P_2$  et  $P_3$  d'équations cartésiennes respectives :

$$2x + y - z - 2 = 0 \text{ , } 4x - 3y + z + 4 = 0$$

Justifier qu'ils sont sécants et déterminer une représentation paramétrique de la droite  $d$  d'intersection.

b) Déterminer  $P_1 \cap P_2 \cap P_3$ .

../..

### Exercice 3

Soit les matrices  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1) Calculer  $M^2$ .

2) a) Pour tout réel  $a$  et  $b$  calculer la matrice  $aM + bI$ .

En déduire les deux réels  $a$  et  $b$  tels que :  $M^2 = aM + bI$

b) Calculer  $M^3$  de deux manières différentes.

---