Université de Cergy-Pontoise, Mathématiques L1 Calculus.

Examen session 2 2017-2018

1 heure et 30 minutes

Les documents, téléphones, tablettes et calculettes sont interdits. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. : (2 pts) Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, et $a,b,c : I \to \mathbb{R}$ trois fonctions continues. On considère l'équation (E) d'inconnue $y : I \to \mathbb{R}$ donnée par $ay' + by = c$. Indiquer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses, sans justification. Réponse correcte : +0,5 points, réponse incorrecte : -0,5 point, pas de réponse : 0 points. La note minimale pour l'exercice est 0.

1. (E) a toujours une solution.
2. Si a ne s'annule pas et $c = 0$, (E) a toujours une solution.
3. Si a ne s'annule pas, (E) a toujours une solution.
4. si y_1 et y_2 sont deux solutions de (E) alors $y_1 + y_2$ est une solution de (E).

Exercice 2. : (7 pts) Sur $]0,+\infty[$ on considère $I(x) = \int^x \frac{(1+t^4)t}{1+t^6}\mathrm{d}t$. Effectuer le changement de variable donné par la fonction C^1 définie par $u(t) = t^2$. Calculer I.

Nota Bene : Une rédaction soignée est de rigueur. Notamment, on n'hésitera pas à décomposer les calculs en plusieurs sous-calculs.

Exercice 3. : (6 pts) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation

$$y'' + 2y' + y = x\sinh(x) \ .$$

(Indication : on pourra utiliser sans démonstration le fait que la fonction $y(x) = \frac{x^3}{6}e^{-x}$ est solution de l'équation $y'' + 2y' + y = xe^{-x}$)

Exercice 4. : (5,5 pts) Soit $f(x,y,z) = z\ln\left(e^{x^2+z} + y\right)$.

1. Donner le domaine de définition de f. **(1 pt)**
2. Donner le graphe de f.**(1 pt)**
3. Donner les dérivées partielles de f **(2,5 pt)**
4. Montrer que f n'a pas de maximum. **(1 pt)**

Fin de l'épreuve.