

Contrôle continu de mathématiques

27 Janvier 2022

Durée : 2 heures.

Calculatrice interdite, documents interdits.

Le rédaction sera également évaluée.

Exercice 1. Résoudre l'équation

$$x^2 + 4x + 3 = 0.$$

Factoriser l'expression $x^2 + 4x + 3$.

Exercice 2. On rappelle que la valeur absolue d'un nombre réel A est définie par :

$$|A| = \begin{cases} A & \text{si } A \geq 0, \\ -A & \text{si } A \leq 0. \end{cases}$$

Donner la représentation graphique de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{|x + 2| + 1}.$$

Préciser le domaine de définition, là où $f(x)$ est continue ou dérivable.

Exercice 3. Trouver trois réels a, b, c tels que

$$\frac{4x^2 + 7x + 1}{x + 2} = ax + b + \frac{c}{x + 2}.$$

En déduire la valeur de l'intégrale suivante :

$$\int_0^2 \frac{4x^2 + 7x + 1}{x + 2} dx.$$

Exercice 4. Calculer la dérivée de la fonction

$$\frac{1}{3} \sin^3(x).$$

Déduire que

$$\int_0^\pi \cos^2(x) \sin^2(x) dx = \frac{1}{3} \int_0^\pi \sin^4(x) dx.$$

Exercice 5. Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$y'(x) + y(x) = \cos(x), \quad y(0) = 25.$$

Exercice 6. Deux colocataires ont 8 amis.

- (1) De combien de manières différentes peuvent-ils en inviter 5 à diner ?
- (2) De combien de manières différentes peuvent-ils en inviter 3 à diner ?

Exercice 7. Ecrire $x^4 + 4$ comme le produit de deux polynômes de degré deux.