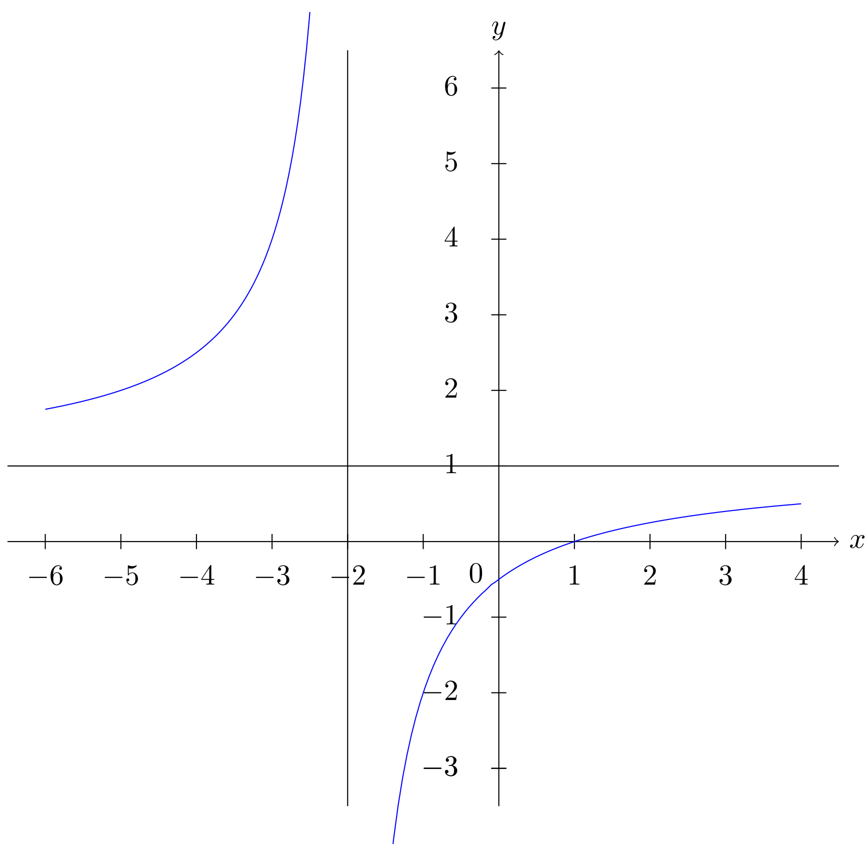
Université de Cergy-Pontoise - Janvier 2015
L1-SV Mathématiques pour les Sciences - Corrigé

Premier Exercice

On étudie donc la fonction $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$.

1. Le domaine de définition de f est $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. On a $f(x) = \frac{x+2-3}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$.
2. On a $f'(x) = \frac{3}{(x-1)^2}$. f' est toujours positive. f est donc croissante.
3. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$.
4. La droite d'équation $x = -2$ est une asymptote verticale et la droite d'équation $y = 1$ est un asymptote horizontale.
5. Tableau de variation de f.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	‖	$+$
f	$1 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$

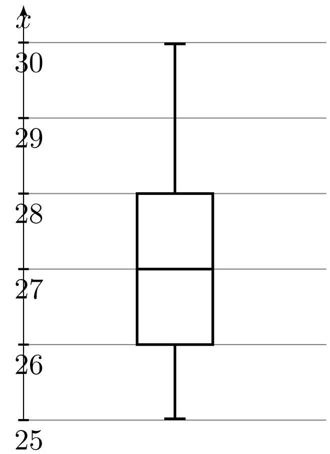


6. Courbe représentative de f.

Second Exercice

Il y a $\binom{32}{2}$ choix possibles de délégués. Si on veut 1 garçon et 1 fille, le nombre de choix est $\binom{19}{1} \times \binom{13}{1}$. Le nombre de choix possibles s'il y a 2 garçons est $\binom{19}{2}$.

FIGURE 1 – Boîtes à moustache



Troisième Exercice

1. On considère les événements suivants : N : l'ordinateur est neuf ; R : l'ordinateur est récent ; A : l'ordinateur est ancien ; D : l'ordinateur est défaillant. D'après l'énoncé, on a : $\mathbb{P}(N) = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$, $\mathbb{P}(R) = \frac{90}{200} = \frac{9}{20}$, $\mathbb{P}(A) = \frac{80}{200} = \frac{8}{20}$, $\mathbb{P}(D/N) = 0,05$, $\mathbb{P}(D/R) = 0,01$ et $\mathbb{P}(D/A) = 0,2$.
2. On veut $\mathbb{P}(N \cap D)$. On a : $\mathbb{P}(N \cap D) = \mathbb{P}(D/N) \times \mathbb{P}(N) = 0,0075$.
3. On cherche $\mathbb{P}(D)$. On utilise la formule des probabilités totales : $\mathbb{P}(D) = \mathbb{P}(D/N) \times \mathbb{P}(N) + \mathbb{P}(D/R) \times \mathbb{P}(R) + \mathbb{P}(D/A) \times \mathbb{P}(A) = 0,0075 + 0,045 + 0,8 = 0,1325$.
4. On cherche $\mathbb{P}(A/D)$. On utilise la formule de Bayes : $\mathbb{P}(A/D) = \frac{\mathbb{P}(D/A)\times\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(D)} = \frac{0{,}8}{0{,}1325} = 0,6038$.

Quatrième Exercice

1. La moyenne est donnée par $\bar{x} = \frac{25\times40+26\times60+27\times120+28\times140+29\times20+30\times20}{400} = 27,25$
2. La variance est donnée par $s^2 = \frac{25^2\times40+26^2\times60+27^2\times120+28^2\times140+29^2\times20+30^2\times20}{400} - 27,25^2 = 744,05 - 742,5625 = 1,4875$. L'écart-type est $s = \sqrt{1,4875} \simeq 1,2196$.
3. On reprend les données en ajoutant les effectifs cumulés :

Diamètre en cm	25	26	27	28	29	30
Effectifs	40	60	120	140	20	20
Effectifs cumulés	40	100	220	360	380	400

   L'effectif est pair. Le 200 ième élément a pour valeur 27. Le 201 ième élément a pour valeur 27. La médiane est donc égale à $\frac{27+27}{2} = 27$.
4. On a $\frac{400}{4} = 100$. Le premier quartile Q_1 est la valeur du 100 ième terme, c'est-à-dire $Q_1 = 26$. On obtient ensuite $3 \times 100 = 300$. On en déduit que le troisième quartile Q_3 est la valeur du 300 ième terme, c'est-à-dire $Q_3 = 28$. L'écart interquartile est donné par $Q_3 - Q_1 = 2$.
5. On a $[Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1); Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)] = [23; 31]$. Il n'y a donc pas de valeur exceptionnelle.
6. La boîte à moustache est donnée dans la Figure 1.