

Examen du 20 Juin 2014

Durée 1h30 - Calculatrices et documents interdits

Premier Exercice - 6 points

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.

1. Calculer la dérivée de f et étudier le signe de f' .
2. Dresser le tableau de variation de f . On précisera les limites en 0 et $+\infty$.
3. Donner l'allure de la courbe représentative de f .
4. Calculer $\int_1^2 f(x) dx$.

Deuxième Exercice - 3 points

Soit la fonction définie par $f(x) = \arctan(3x)$

1. Quel est le domaine de définition de f .
2. Calculer la dérivée de f .
3. Montrer que f est une bijection et déterminer f^{-1} .

Troisième Exercice - 5 points

1. Calculer les intégrales suivantes : $I = \int_0^3 \frac{x}{1+x^2} dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(3x) dx$.
2. A l'aide d'une intégration par parties, calculer $K = \int_1^e x^2 \ln(x) dx$

Quatrième Exercice - 6 points

1. (a) Résoudre l'équation différentielle $y' - y \cos(x) = 0$. Donner la solution qui satisfait $y(0) = 1$.
(b) Résoudre l'équation différentielle $y' - y \cos(x) = \cos(x)$.
2. (a) Résoudre l'équation différentielle : $y'' + 2y' + 2y = 0$.
(b) Résoudre l'équation différentielle : $y'' + 2y' + 2y = x$. On cherchera une solution particulière de la forme $y_p(x) = ax + b$ où a et b sont des réels à déterminer.