

Examen du 21 Juin 2013

Durée 1h30 - Calculatrices autorisées - Documents interdits

Premier Exercice - 6 points

Soient $u = 1 + i$ et $v = -1 + i\sqrt{3}$.

1. Déterminer les modules de u et v .
2. Déterminer un argument de u et un argument de v .
3. Déterminer le module et un argument de $\frac{u}{v}$.
4. En déduire les valeurs de $\cos(-\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(-\frac{5\pi}{12})$.

Deuxième Exercice - 6 points

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

1. Quel est le domaine de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Montrer que f est continue et bijective.
3. Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $0 < f(x) < 1$.
4. Déterminer la fonction réciproque f^{-1} .

Troisième Exercice - 3 points

Calculer

$$\int_0^1 \frac{dx}{3x+2}$$

Quatrième Exercice - 5 points

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = 0$
2. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = x + 1$
On cherchera une solution particulière de la forme $y_p(x) = ax + b$ où a et b sont des réels à déterminer.