

Université de Cergy-Pontoise Mars 2010
SVT-S1- Maths pour les Sciences
L1

Seconde Session - Durée 1 heure 30, documents et calculatrice interdits

Premier Exercice - 7 points

Soit f la fonction définie sur $I =]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

1. Calculer la dérivée de f et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de f . On précisera et on justifiera les limites en 0 et en $+\infty$.
3. Donner l'allure de la courbe représentative de f .
4. Calculer

$$J = \int_1^2 f(t) dt$$

Deuxième Exercice - 6 points

On veut résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^4 + 1 = 0$ (1).

1. Montrer qu'il existe un nombre réel a que l'on précisera tel que :

$$z^4 + 1 = (z^2 + az + 1)(z^2 - az + 1)$$

2. Résoudre alors l'équation (1).
3. Donner la forme trigonométrique des quatre solutions de (1).

Troisième exercice - 7 points

Les deux questions sont indépendantes.

1. Résoudre, sur l'intervalle $I =]0, +\infty[$, l'équation

$$y' - \frac{2y}{x} = \frac{x^2}{1+x^2}$$

On commencera par résoudre l'équation sans second membre, puis on vérifiera que $y_0(x) = x^2 \arctan x$ est une solution particulière de l'équation complète.

2. Calculer

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$$

en prenant comme nouvelle variable

$$u = \sqrt{x}$$