

Université de Cergy-Pontoise Juin 2007

SVT-S1- Maths pour les Sciences

L1, seconde session

Durée 1 heure 30, documents et calculatrice interdits

Premier Exercice - 4 points

Nombres complexes

1. Soit $z = a + ib$ un nombre complexe, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Rappeler la définition du **module** de z , noté $|z|$.
2. On cherche l'ensemble E des nombres complexes qui vérifient :

$$|z - 1| = |z - i|$$

Montrer que E contient 0 et $1 + i$.

3. Montrer que tous les éléments de E sont les complexes de la forme $z = a(1 + i)$ où a est un réel quelconque.
 4. Que peut-on dire de l'argument d'un élément de E ?
-

Second Exercice - 8 points

Intégration

1. Soit $F(x) = \frac{x+1}{x(x-1)^2}$. Faire une décomposition en éléments simples et en déduire une primitive.
2. Calculer $I = \int_1^2 x^3 \ln x \, dx$
3. Calculer (pour $x \in \mathbb{R}_+$)

$$\int_0^x \frac{dt}{1 + \sqrt{t}}$$

On pourra faire un changement de variable.

Troisième exercice - 8 points

Équations différentielles

1. Résoudre l'équation différentielle

$$y' - y \cos x = 0$$

et préciser la solution qui vérifie $y(0) = 1$.

2. Résoudre l'équation différentielle

$$y' - y \cos x = \cos x$$

3. Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + 2y' + 2y = x$$

On commencera par résoudre l'équation sans second membre.