

CY Cergy Paris Université

Date: Novembre 2020

Contrôle continu 1, Mathématiques 1-PCST

Durée: 1 heure, les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés

Exercice 1.

Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Exercice 2.

(1) Calculer le produit scalaire et le produit vectoriel des vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Déterminer l'aire du parallélogramme engendré par \vec{u} et \vec{v} .

(2) On considère le quadruplet $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$, où $\vec{u} = -\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{v} = \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Calculer le produit mixte des vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} . En déduire si le quadruplet est un repère. Si oui, est-il direct ou indirect?

Exercice 3.

On considère deux plans P_1 et P_2 d'équations cartésiennes respectives: $x + y - 2z = 1$ et $2x - y + z = 2$.

- (1) Étudier la position relative des plans P_1 et P_2 .
- (2) Déterminer l'équation paramétrique de leur droite d'intersection D .
- (3) Soit $A_{(1,-1,0)}$, est-ce que A appartient à D ? Calculer la distance $d(A, D)$.

Exercice 4.

Déterminer la limite des suites suivantes:

- (1) $u_n = \frac{\sin n - 4 \cos n}{n^2}$
- (2) $v_n = \frac{6n^3 - n^2 + 5}{2n^3 + n + 7}$
- (3) $w_n = n - \sqrt{n^2 - n}$.