UNIVERSITÉ de Cergy-Pontoise

Contrôle de mathématiques du 23/11/12 (durée 1h)

Il faut soigner la rédaction et la présentation et souligner les résultats. Les documents et calculatrices sont interdits. Barème prévisionnel : 10 -10

EXERCICE 1 **Les questions sont totalement indépendantes**

1) Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \pi(1+e^x)^2 dx$.

Interpréter le résultat obtenu en terme de volume.

2) Au moyen du changement de variable $u = cosx$, calculer l'intégrale

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{sinx}{1+cos^2x} dx$$

3) Soit l'intégrale $L = \int_{-2}^{0} \frac{\sqrt{x+4}}{x+3} dx$.

a) On pose $t = \sqrt{x+4}$. Montrer que $L = \int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{2t^2}{t^2-1} dt$

b) En déduire, en utilisant la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $\frac{2t^2}{t^2-1}$, le calcul de L.

EXERCICE 2

1) a) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle f définie par :

$\forall x \in \mathbb{R} - \{0, -1\}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}$

b) En déduire toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}^{+*}$.

2) Pour tout réel x strictement positif, soit l'équation différentielle (E) définie par :

$$x(x+1)y' - (2x+1)y = x^2 + x + \frac{1}{2}$$

a) Donner la solution générale de l'équation sans second membre : $x(x+1)y' - (2x+1)y = 0$

b) Rechercher une solution particulière de (E) sous forme d'un polynôme dont on précisera le degré.

c) Donner la solution générale de l'équation (E). En déduire la solution s'annulant en 1.