

UCP / MS1- PCST      MATHEMATIQUES SESSION 2 ( 16/06/09 de 13h30 à 15h)

Les documents et calculatrices sont interdits.

Barème : 5 – 7 - 8

**Exercice 1**

1) Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2}{x^4}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - (x + 1)}{x^3}$ .

2) Les fonctions précédentes sont-elles prolongeables par continuité en 0 ? On justifiera la réponse.

**Exercice 2**

1) Décomposer en éléments simples, sur l'ensemble des nombres réels, la fraction

rationnelle :  $\frac{t^2}{1-t^4}$ .

2) Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int \frac{t^2}{1-t^4} dt$ .

b)  $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos(2x)} dx$  au moyen du changement de variable  $t = \tan x$ .

**Exercice 3**

1) Soit l'équation différentielle du premier ordre :

$$xy' + (1-x)y = \frac{xe^x}{x^2 + 1}. \quad (E)$$

a) Trouver toutes les solutions de (E) sur  $\mathbb{R}^{+*}$  et  $\mathbb{R}^{-*}$ .

b) Montrer qu'il existe une solution unique de (E) sur  $\mathbb{R}$ .

2) Résoudre l'équation différentielle du second ordre suivante avec les conditions initiales données :

$$y'' - 3y' + 2y = xe^x \quad \text{avec } y(1) = 0 \text{ et } y'(1) = 0.$$

---