

1. On considère la suite définie par $u_1 = 3$, $u_{n+1} = 2u_n - 5$.

- (1) Montrer que $u_n < 10$, pour tout $n > 1$.
- (2) Trouver la formule de u_n , en fonction de n .
- (3) La suite $x_n = 2^{-n}u_n$ converge-elle? Justifier.

2. On considère les points $A = (1, 2)$, $B = (3, 3)$, $C = (-1, 4)$.

- (1) Trouver la distance de A à la droite BC .
- (2) Calculer les angles du triangle ABC .
- (3) Calculer l'aire du triangle ABC .

3. On considère la quantité $F(x) = \sin(4x)$.

- (1) Calculer $F(x)$ en fonction de $\cos(x)$, pour $x \in [0, \pi/2]$.
- (2) Calculer $F(x)$ en fonction de $\tan(x)$, pour $x \in [\pi/2, \pi]$.
- (3) Calculer $F(x)$ en fonction de $\sin(x)$, pour $x \in [-9\pi/2, -4\pi]$.

4. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 24 & -15 \\ 20 & -11 \end{pmatrix}$.

- (1) Calculer les valeurs et les vecteurs propres de A .
- (2) Exprimer $v = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ en fonction des vecteurs propres de A .
- (3) Calculer explicitement (donner la réponse numérique) le vecteur A^4v .

\implies justifier toutes les réponses