

1. On considère la suite définie par $u_0 = 1$, $u_{n+1} = 3u_n + 2$.

- (1) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 .
- (2) Montrer que $u_n > 10$, pour tout $n > 2$.
- (3) Trouver la formule de u_n , en fonction de n .
- (4) La suite $x_n = 1/u_n$ converge-elle?

2. On considère les points $A = (1, 1)$, $B = (2, 3)$, $C = (4, 5)$.

- (1) Ces points A, B, C sont-ils alignés?
- (2) Trouver la distance de $(0, 0)$ à la droite AC .
- (3) Calculer les angles du triangle ABC .
- (4) Calculer l'aire du triangle ABC .

3. On pose $K = \sin(3x)$.

- (1) Exprimer K en fonction de $\sin(x), \cos(x)$.
- (2) Exprimer K en fonction de $\sin(x)$.
- (3) Exprimer K en fonction de $\cos(x)$. Discussion.
- (4) Exprimer K en fonction de $\tan(x/2)$.

4. On considère le plan P d'équation $x + y + 2z + 3 = 0$.

- (1) Le plan P passe-t-il par le point $(2, -3, 1)$?
- (2) Trouver la distance du point $(0, 0, 0)$ au plan P .
- (3) Trouver l'intersection de P avec le plan d'équation $x + 2y + z = 0$.
- (4) Trouver l'intersection de P avec la sphère centrée en $(2, 2, 2)$, de rayon 1.

5. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- (1) Calculer le polynôme caractéristique de A .
- (2) Calculer les valeurs et vecteurs propres de A .
- (3) Exprimer $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ en fonction des vecteurs propres de A .
- (4) Calculer explicitement (donner la réponse numérique) le vecteur $A^5 v$.

⇒ justifier toutes les réponses